Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège, 41 année, n° 1-2, 1972, pp. 40-49

PROGRAMME GÉNÉRAL POUR LA RÉSOLUTION DE SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES AUX VALEURS PROPRES ET AUX CONDITIONS LIMITES

par R. SCUFLAIRE

Aspirant du Fonds National de la Recherche Scientifique
Université de Liège, Institut d'Astrophysique

ABSTRACT

A Fortran program has been written that allows to solve numerically differential boundary-value problems of a very general type. It is shown that a fitting method is not suited for this type of problems and that a finite-difference method is to be prefered. In the appendix, we propose a finite-difference method having the same advantages as the Runge-Kutta method.

1. INTRODUCTION

Un programme a été mis au point permettant de résoudre des systèmes d'équations différentielles aux valeurs propres et aux conditions limites d'un type général. Cherchons des fonctions $y_j(x)$ et des paramètres λ_s (que nous appellerons valeurs propres) tels que les équations suivantes soient satisfaites

$$(1.1) \qquad \begin{cases} \varphi_\alpha(y_j(a), \lambda_s) = 0 & (\alpha = 1, \ldots, p) \\ \psi_\beta(y_j(b), \lambda_s) = 0 & (\beta = 1, \ldots, q) \\ f_i(x, y_j, \dfrac{dy_k}{dx}, \lambda_s) = 0 \text{ pour } x \in]a, b[& (i = 1, \ldots, n) \end{cases}$$

Les indices j, k varient de 1 à n; l'indice s varie de 1 à r.

On supposera que la condition suivante est satisfaite

$$n + r = p + q \tag{1.2}$$

Remarquons qu'elle est satisfaite pour un problème de Sturm-Liouville. En effet, en posant y_1 égale la fonction inconnue et y_2 égale sa dérivée, l'équation différentielle du second ordre peut être remplacée par deux équations du premier ordre ($n = 2$). L'équation contient un paramètre ($r = 1$). Aux deux conditions limites données, ajoutons une condition de normalisation afin de déterminer univoquement la solution, par exemple en imposant la valeur de la fonction inconnue ou de sa dérivée à une extrémité. On a alors trois conditions aux limites ($p + q = 3$) et (1.2) est satisfaite.

Si le système (1.1) admet des solutions et si nous connaissons une approximation grossière de l'une d'entre elles, notre programme permet d'obtenir cette solution aux erreurs de troncature et aux erreurs d'arrondi près.

Présenté par P. Ledoux, le 20 janvier 1972.