

## **ECHELLES DE TEMPS DETERMINANT, OU DETERMINEES PAR, LES ECOULEMENTS DES FLUIDES GEOPHYSIQUES**

**Eric DELEERSNIJDER**

### **TIME SCALES DETERMINING, OR DETERMINED BY, GEOPHYSICAL FLUID FLOWS**

**Résumé\***. On classe les échelles de temps des mouvements des fluides géophysiques selon leurs rapports avec les processus associés. On distingue des échelles de temps non-influencées par l'écoulement mais influençant celui-ci, influencées par l'écoulement et influençant celui-ci, influencées par l'écoulement mais n'influençant pas celui-ci. On donne des exemples de temps caractéristiques appartenant à chaque catégorie et on discute des phénomènes associés. Ainsi, on examine successivement les oscillations d'inertie, l'approfondissement de la couche mélangée océanique, le mélange dans le lagon de Mururoa et l'hydrodynamique du Prince William Sound, Alaska. On insiste particulièrement sur les notions d'âge et de temps de résidence, qui permettent de bâtir des modèles à compartiments très simples pouvant aider à interpréter les résultats de modèles beaucoup plus complexes.

**Abstract.** The timescales of geophysical fluid flows are classified according to their relations with the associated processes. There are timescales which are influenced by the flow without influencing it, influenced by the flow and influencing it, not influenced by the flow and

---

**Mots-clés:** échelles de temps, oscillations d'inertie, couche mélangée océanique, âge, temps de résidence, Mururoa, Prince William Sound.

**Keywords:** timescales, inertial oscillations, oceanic mixed layer, age, residence time, Mururoa, Prince William Sound.

\* Séminaire donné le 17 décembre 1997 à l'Université de Liège dans le cadre de la série GHAMES (voir <http://modb.oce.ulg.ac.be/GHAMES>). Contribution n° 84 à l'Institut d'Astronomie et de Géophysique G. Lemaître, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique.

*présenté par J. Godeaux le 19 mars 1998*  
*accepté le 23 avril 1998*

influencing it. Examples of characteristic times belonging to each class are given and the related phenomena are discussed. So, are successively examined the inertial oscillations, the deepening of the oceanic mixed layer, the mixing in the Mururoa lagoon, and the hydrodynamics of Prince William Sound, Alaska. Particular attention is devoted to the concept of age and residence time, allowing one to build very simple compartmental models which may help to interpret the results of much more complex models.

## Introduction

Les écoulements des fluides géophysiques, c'est-à-dire les océans et l'atmosphère, présentent une gamme très large d'échelles de temps: celles-ci s'étendent d'une seconde, voire moins, pour des processus comme la dissipation visqueuse d'énergie cinétique turbulente, jusqu'à des milliers d'années, ou plus, pour certains phénomènes climatiques (e.g. Nihoul and Djenidi, 1991). Toutefois, une classification basée uniquement sur la valeur des temps caractéristiques occulte quelque peu la nature des rapports entre les échelles de temps concernées et les processus associés. On trouve en effet des échelles de temps:

— *non-influencées par l'écoulement, mais influençant l'écoulement.* Il s'agit, par exemple, du facteur de Coriolis, qui est le double de la projection sur la verticale du lieu considéré du vecteur-rotation de la Terre. Ce facteur ne dépend que de la latitude et de la longueur du jour terrestre, des grandeurs indépendantes des écoulements océaniques et atmosphériques. Par contre, le facteur de Coriolis joue un rôle déterminant dans la dynamique à grande échelle des fluides géophysiques car celle-ci est, en première approximation, quasi-géostrophique (e.g. Cushman Roisin, 1994), c'est-à-dire dominée par la force de pression horizontale et la force de Coriolis. Une autre échelle temporelle qu'il est utile de mentionner ici est la période des composantes des marées astronomiques, qui dépendent exclusivement des mouvements relatifs de la Terre, de la Lune et du Soleil. Ainsi, la composante semi-diurne lunaire principale, dite "M2", a une période d'environ 12 heures et 25 minutes en tout point du globe. En d'autres termes, cette période est identique dans la Mer du Nord, la Mer de Bering, l'Océan Austral, etc. Mais, bien entendu, l'amplitude et la phase du signal de marée associé dépendent du point considéré.

— *influencées par l'écoulement et influençant l'écoulement.* Ici, on peut considérer les fréquences de Brunt-Väisälä et de Prandtl. Chacune peut être interprétée comme l'inverse d'une échelle de temps et dépend clairement de l'écoulement: la première caractérise la stratification, c'est-à-dire les variations de la masse volumique selon la verticale, tandis que la seconde, définie comme la norme de la dérivée de la vitesse horizontale selon la verticale, évalue l'importance du cisaillement vertical de l'écoulement. Ces fréquences, ainsi que leur rapport — le nombre de Richardson —, déterminent largement les caractéristiques des fluctuations turbulentes et donc l'écoulement tout entier. D'autres temps caractéristiques appartiennent à la présente catégorie, comme le temps caractéristique advectif, le temps caractéristique de diffusion dans une couche limite, etc.

— *influencées par l'écoulement, mais n'influencent pas l'écoulement.* Il s'agit de temps

caractéristiques que l'on évalue généralement *a posteriori* et qui sont des outils de diagnostic, aidant à comprendre l'écoulement étudié. Le temps de résidence et l'âge font partie des échelles de temps considérées dans ce paragraphe. En un point donné, le temps de résidence est le temps nécessaire pour qu'une particule de fluide sorte du domaine d'intérêt, tandis que l'âge est le temps mis par une particule fluide pour atteindre le point considéré depuis une frontière ouverte du domaine d'intérêt (Bolin and Rodhe, 1973; Zimmerman, 1976; Takeoka, 1984; Deleersnijder, 1998). Si ce dernier ne comporte aucune frontière ouverte "entrante" ou "sortante", on peut quand même calculer le temps de résidence et l'âge en ayant recours à des définitions alternatives comme, par exemple, prescrire que l'âge est nul à la surface de l'océan dans un modèle destiné à évaluer à quelle vitesse les couches profondes sont "ventilées"<sup>1</sup> (England, 1995a; Deleersnijder, 1998). On a souvent évalué ces deux échelles de temps à l'aide de données de terrain, mais il est possible que les modèles numériques soient en mesure de fournir, selon une approche lagrangienne ou eulérienne, des estimations plus fiables. D'autres échelles de temps que l'on évalue *a posteriori* sont utiles à la compréhension des écoulements, comme la moyenne sur le domaine du temps de résidence et de l'âge, ou leur somme, qui est généralement appelée temps de transit.

Dans ce texte, on illustre par des exemples appropriés l'importance d'échelles temps appartenant aux trois classes susmentionnées. On examine d'abord le rôle du facteur de Coriolis dans les oscillations d'inertie. Ensuite, l'impact de la fréquence de Brunt-Väisälä sur l'approfondissement d'une couche mélangée est discuté. Finalement, on développe un modèle hydrodynamique simple, composé de régions advectives ou diffusives caractérisées par leur temps de résidence moyen, et l'on montre que cet outil peut aider à comprendre les résultats de modèles tridimensionnels de circulation du lagon de l'atoll de Mururoa et du Prince William Sound — le "Bras de Mer du Prince Guillaume", en quelque sorte... —, qui est situé dans la partie méridionale de la côte de l'Alaska.

## Oscillations d'inertie

Dans les fluides géophysiques, des oscillations d'inertie se développent quasiment à tout moment et en tout point, sauf à proximité de l'équateur. Mais, comme elles constituent rarement la composante dominante du champ de vitesse, leur présence ne peut-être révélée qu'au moyen d'un traitement adéquat de données de terrain, souvent basé sur l'analyse de Fourier. Cependant, il existe parfois des écoulements océaniques propices à leur observation directe. Dans de telles circonstances, le suivi d'une bouée — ou, de façon à peu près équivalente, la construction d'un diagramme vectoriel progressif à partir de données

---

<sup>1</sup> La "ventilation" est un terme du jargon océanographique qui désigne les processus par lesquels des masses d'eau océaniques ayant acquis leur propriétés thermohalines dans les couches superficielles — par des échanges de chaleur et d'eau avec l'atmosphère — remplacent progressivement des masses d'eau situées en profondeur.

courantométriques<sup>2</sup> — peut clairement indiquer la présence d'oscillations d'inertie: la trajectoire de la bouée est alors proche d'une courbe de la famille des cycloïdes, c'est-à-dire une courbe résultant de la composition d'un mouvement de translation uniforme et d'une rotation à vitesse angulaire constante sur un cercle de rayon constant. La fréquence angulaire de la rotation est égale au facteur de Coriolis, à savoir  $f = 2 (2 \pi / 24 \text{ heures}) \sin(\text{latitude})$ . Ainsi, aux latitudes moyennes, l'ordre de grandeur de  $f$  est  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Les diagrammes vectoriels progressifs des figures 2-9 et 2-12 de l'ouvrage de Cushman-Roisin (1994) illustrent parfaitement les trajectoires dues aux oscillations d'inertie.

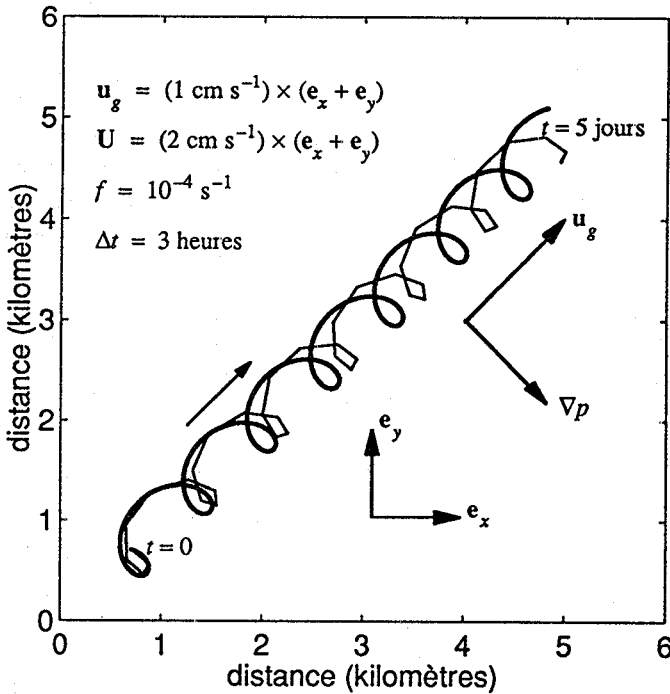


Figure 1. Trajectoire d'une bouée due à des oscillations d'inertie en présence d'un courant géostrophique constant. La courbe épaisse correspond à la solution continue (4), tandis que l'autre découle de la solution discrète (10).

Si le vecteur  $u$  représente la vitesse horizontale, les oscillations d'inertie idéalisées satisfont, en présence d'un courant géostrophique, l'équation différentielle vectorielle

<sup>2</sup> Il s'agit de la simulation numérique de la trajectoire d'une bouée obtenue dans l'hypothèse où le courant est homogène dans l'espace, c'est-à-dire qu'il est partout égal à celui enregistré par le courantomètre.

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} + f \mathbf{e}_z \times \mathbf{u} = \frac{-1}{\rho_0} \nabla_h p, \quad (1)$$

où  $t$ ,  $\mathbf{e}_z$ ,  $\rho_0$ ,  $\nabla_h$  et  $p$  désignent, respectivement, le temps, le vecteur unitaire vertical — pointant vers le haut —, la masse volumique de référence de l'eau de mer ( $\approx 1025 \text{ kg m}^{-3}$ ), la partie horizontale de l'opérateur gradient et la pression. Le second membre de la relation (1), la force de pression, est supposé constant. La solution de l'équation ci-dessus est

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_g + U \cos(ft) - \mathbf{e}_z \times U \sin(ft), \quad (2)$$

où  $U$  est une constante d'intégration et  $\mathbf{u}_g$  symbolise la vitesse géostrophique,

$$\mathbf{u}_g = \frac{1}{f \rho_0} \mathbf{e}_z \times \nabla_h p, \quad (3)$$

qui est une constante déduite de l'équilibre entre les deux derniers termes de (1).

Le vecteur-position d'une bouée,  $\mathbf{r}(t)$ , résulte de l'intégration temporelle de la vitesse (2):

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{R} + \underbrace{\mathbf{u}_g t}_{\substack{\text{translation} \\ \text{uniforme}}} + \frac{1}{f} \underbrace{\left[ U \cos(ft) - \mathbf{e}_z \times U \sin(ft) \right]}_{\substack{\text{rotation de période } 2\pi/|f| \\ \text{et de rayon } |U/f|}}, \quad (4)$$

où  $\mathbf{R}$  est une constante d'intégration (Figure 1). Le facteur de Coriolis est positif dans l'hémisphère nord et négatif dans l'hémisphère sud, impliquant que, vue du dessus, la rotation s'effectue dans le sens horlogique dans l'hémisphère nord et dans le sens anti-horlogique dans l'autre.

La plupart des modèles numériques des fluides géophysiques visent à la résolution approximative d'équations qui, tout en étant beaucoup plus complexes que celle abordée ci-dessus, contiennent le mécanisme des oscillations d'inertie. En d'autres termes, (1) est un sous-ensemble des équations de ces modèles. Il est donc pertinent d'examiner la précision avec laquelle un modèle numérique peut représenter les oscillations d'inertie. On considère une discrétisation semi-implicite de (1):

$$\frac{\mathbf{u}^*(t_{n+1}) - \mathbf{u}^*(t_n)}{\Delta t} + f \mathbf{e}_z \times \frac{\mathbf{u}^*(t_{n+1}) + \mathbf{u}^*(t_n)}{2} = \frac{-1}{\rho_0} \nabla_h p, \quad (5)$$

avec  $t_n = n\Delta t$ , où  $\Delta t$  est l'incrément temporel et  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ . On a adjoint un astérisque au vecteur vitesse pour indiquer qu'il s'agit de l'approximation numérique de la vitesse découlant de la relation discrète (5), ce vecteur étant différent de celui qui vérifie l'équation continue (1).

La solution de (5),

$$\mathbf{u}^*(t_n) = \mathbf{u}_g + U \cos(f^* t_n) - \mathbf{e}_z \times U \sin(f^* t_n), \quad (6)$$

obtenue selon une méthode décrite dans Bender and Orszag (1978), est quasiment identique à la solution du problème continu, (2), sauf que la fréquence est altérée par la discrétisation. En effet, si  $\gamma \equiv (f\Delta t)/2$ , alors la fréquence de la solution discrète vaut (Figure 2)

$$f^* = \frac{1}{\Delta t} \arcsin\left(\frac{2\gamma}{1+\gamma^2}\right), \quad 0 \leq \gamma \leq 1, \quad (7a)$$

$$f^* = \frac{1}{\Delta t} \left[ \pi - \arcsin\left(\frac{2\gamma}{1+\gamma^2}\right) \right], \quad 1 \leq \gamma < \infty. \quad (7b)$$

La fréquence  $f^*$  tend vers la fréquence exacte à mesure que l'incrément temporel décroît. Toutefois, si  $\Delta t$  devient arbitrairement grand, alors la fréquence discrète tend vers zéro, ce qui implique une erreur considérable! En effet, on peut établir les relations asymptotiques suivantes:

$$\frac{f^*}{f} \equiv 1 - \frac{\gamma^2}{3}, \quad \gamma \rightarrow 0, \quad (8a)$$

$$\frac{f^*}{f} \equiv \frac{\pi}{2\gamma}, \quad \gamma \rightarrow \infty. \quad (8b)$$

En intégrant la vitesse (6) selon la formule semi-implicite

$$\frac{\mathbf{r}^*(t_{n+1}) - \mathbf{r}^*(t_n)}{\Delta t} = \frac{\mathbf{u}^*(t_{n+1}) + \mathbf{u}^*(t_n)}{2}, \quad (9)$$

on obtient l'approximation discrète suivante de la trajectoire d'une bouée:

$$\mathbf{r}^*(t_n) = \mathbf{R} + \underbrace{\mathbf{u}_g t_n}_{\substack{\text{translation} \\ \text{uniforme}}} + \frac{1}{f} \underbrace{\left[ \mathbf{U} \cos(f^* t_n) - \mathbf{e}_z \times \mathbf{U} \sin(f^* t_n) \right]}_{\substack{\text{rotation de période } 2\pi/|f^*| \\ \text{et de rayon } |\mathbf{U}/f|}}. \quad (10)$$

La seule différence entre la trajectoire issue du modèle continu et celle prédite par le modèle discret réside dans la modification de la période du mouvement de rotation, qui est supérieure dans la seconde solution. Toutefois, comme les deux solutions sont soumises à la même translation, la différence entre les deux trajectoires reste bornée:

$$\left| \mathbf{r}^*(t_n) - \mathbf{r}(t_n) \right| = \frac{2|\mathbf{U}|}{|f|} \left| \sin \frac{(f^* - f)t_n}{2} \right| \leq \frac{2|\mathbf{U}|}{|f|}. \quad (11)$$

La distance maximale entre les deux trajectoires,  $2|\mathbf{U}|/|f|$  — c'est-à-dire le diamètre du cercle sur lequel la rotation s'effectue —, ne dépend pas du pas de temps  $\Delta t$ . Donc, le schéma numérique développé ici n'est pas convergent — si l'on se réfère à la notion la plus restrictive de la convergence. D'ailleurs, tout schéma incapable de reproduire exactement la période des oscillations souffrira de ce même défaut. La plupart des algorithmes discrets que

l'on peut raisonnablement envisager de mettre en oeuvre pour résoudre l'équation (1) appartiennent à cette catégorie. C'est pourquoi certains ont proposé de résoudre les équations de bilan de quantité de mouvement des fluides géophysiques à l'aide de schémas numériques intégrant la solution analytique des oscillations d'inertie de sorte que l'erreur sur la période de celles-ci soit absente. Cette option, en apparence fort élégante, présente cependant de sérieux inconvénients quant à la fidélité de la représentation d'autres mécanismes souvent plus importants que les oscillations d'inertie.

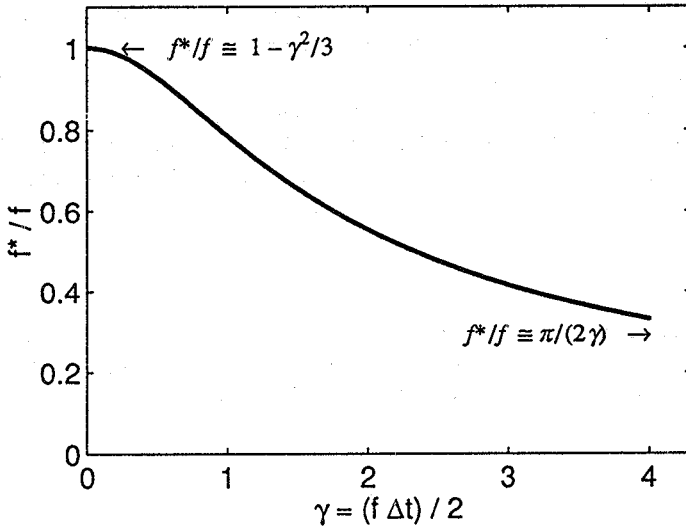


Figure 2. Rapport de la fréquence des oscillations d'inertie de la solution discrète à celle de la solution continue, c'est-à-dire  $f^*/f$ .

Pour conclure, la présente étude des oscillations d'inertie rappelle que leur période,  $2\pi/|f|$ , dépend uniquement d'une échelle de temps indépendante de l'écoulement. Leur simulation numérique implique l'introduction d'un second temps caractéristique,  $\Delta t$ , le pas de temps du schéma. Cette procédure altère la période des oscillations d'inertie. Cette remarque est valable pour la plupart des processus simulés numériquement, que le modèle soit simple ou sophistiqué. Par conséquent, lors de l'analyse de résultats numériques, il faut garder présent à l'esprit le fait que les échelles de temps des processus se déroulant dans les fluides géophysiques — tout comme, par ailleurs, les échelles spatiales — sont généralement modifiées par la discrétisation.

## Couche mélangée océanique

A cause de la tension que le vent exerce sur l'océan, une couche mélangée se développe immédiatement sous la surface océanique. Le mélange turbulent y est nettement plus efficace que dans la thermocline ou dans les couches profondes de l'océan, de sorte que la masse volumique de l'eau varie peu de la base au sommet de cette couche. L'épaisseur de cette dernière est de l'ordre de 10 à 100 m et varie nettement au cours du cycle saisonnier. Ainsi, la couche mélangée est généralement beaucoup plus mince en été qu'en hiver.

En été, l'océan superficiel emmagasine de la chaleur, ce qui y crée des contrastes verticaux de densité, c'est-à-dire que la stratification augmente. En hiver, la stratification de l'océan superficiel se réduit à mesure que la chaleur emmagasinée précédemment est rendue à l'atmosphère. Ces échanges énergétiques à l'interface océan-atmosphère tendent à réduire l'amplitude du cycle saisonnier de la température atmosphérique.

La dynamique de la couche mélangée et, plus généralement, de l'océan superficiel, résulte principalement de l'action de deux facteurs concurrents:

— *La tension due au vent*,  $t$ , qui tend à produire de la turbulence et donc à favoriser le mélange turbulent. On peut mesurer l'importance du forçage éolien par la vitesse de friction,

$$u_* = \left[ \frac{|t|}{\rho_0} \right]^{1/2}, \quad (12)$$

qui est généralement de l'ordre de  $10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ .

— *La stratification*, qui tend à inhiber la turbulence. On peut la mesurer à l'aide de la fréquence de Brunt-Väisälä,  $N$ , qui est définie par la relation

$$N^2 = - \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z}, \quad (13)$$

où  $g$ ,  $z$  et  $\rho$  représentent, respectivement, l'accélération de la pesanteur ( $\approx 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ), la coordonnée verticale — qui croît vers le haut et est nulle à la surface — et la masse volumique de l'eau.

Pour illustrer les effets de la tension éolienne et de la stratification, on examine ici un écoulement qui a déjà été étudié à une échelle réduite en laboratoire (Kato and Phillips, 1969) de sorte que des données expérimentales relativement précises sont disponibles. On travaille dans le cadre de l'hypothèse de Boussinesq. Toutes les variables sont horizontalement homogènes. A l'instant initial  $t=0$ , le fluide est au repos et sa densité est caractérisée par une fréquence de Brunt-Väisälä constante,  $N_i$ , de sorte que la densité est une fonction linéaire de la coordonnée verticale (Figure 3),

$$\rho(t=0, z) = \rho(t=0, z=0) - \frac{\rho_0}{g} N_i^2 z. \quad (14)$$

A tout instant  $t > 0$ , on applique une tension constante à la surface. Les flux de toutes les grandeurs susceptibles d'influencer la masse volumique — chaleur, eau douce, etc. — sont



nuls à la surface.

La tension de surface induit un cisaillement du courant moyen: c'est la condition principale pour que ce dernier puisse céder de l'énergie cinétique aux fluctuations turbulentes qui tendent alors à homogénéiser la densité du fluide (e.g. Tennekes and Lumley, 1972). Ainsi, une couche mélangée se développe en intégrant progressivement par sa base de l'eau qui n'a pas encore été affectée par le mélange turbulent et dont les propriétés sont donc encore celles de l'état initial. On peut alors considérer que la masse volumique est verticalement homogène dans la couche mélangée et qu'elle est égale à sa valeur initiale en dehors. Donc, si  $h(t)$  — avec  $h(0) = 0$  — désigne l'épaisseur de la couche mélangée, la masse volumique vaut

$$\rho(t, z) = \rho(t=0, z=0) + \frac{\rho_0}{g} N_i^2 \frac{h}{2}, \quad \text{pour } -h < z < 0, \quad (15a)$$

$$\rho(t, z) = \rho(t=0, z), \quad \text{pour } -\infty < z < -h. \quad (15b)$$

En d'autres termes, dans la couche mélangée, la densité de l'eau est égale à la moyenne sur la profondeur  $h(t)$  de la densité qui prévalait avant l'application de la tension éolienne. Ce profil idéalisé de densité présente évidemment une discontinuité au bas de la couche mélangée,

$$\Delta\rho = \lim_{z \rightarrow h_-} \rho - \lim_{z \rightarrow h_+} \rho = \frac{\rho_0}{g} N_i^2 \frac{h}{2}, \quad (16)$$

qui augmente avec la profondeur de la couche de mélange (Figure 3).

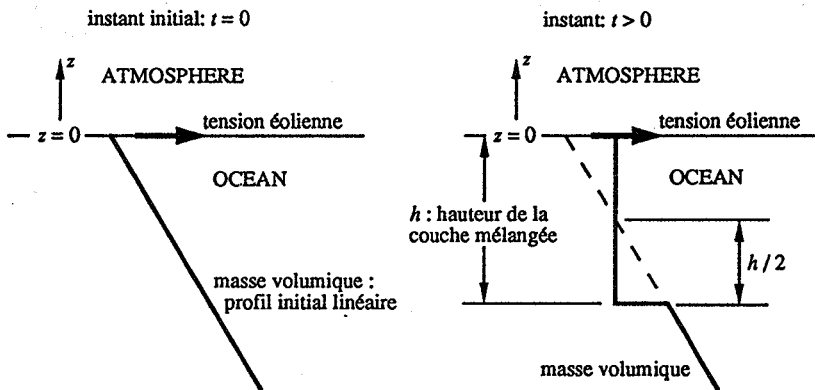


Figure 3. Profil de la masse volumique, à l'instant initial,  $t=0$ , et en  $t>0$ , dans les couches superficielles de l'océan selon l'idéalisation de Kato and Phillips (1969).

Le mélange turbulent résulte de processus de transport advectif à des échelles de temps et d'espace plus petites que celles auxquelles on s'intéresse ici. Donc, pour homogénéiser la densité de la colonne d'eau dans la couche superficielle, il faut faire monter de l'eau dense depuis les couches profondes et faire descendre de l'eau moins dense, ce qui augmente alors l'énergie potentielle gravitationnelle de la colonne d'eau. En effet, la différence d'énergie potentielle entre l'instant  $t > 0$  et l'instant initial,

$$E(t) - E(t=0) \equiv \int_{-\infty}^0 g [\rho(t, z) - \rho(t=0, z)] z dz = \frac{1}{12} \rho_0 N_i^2 h^3, \quad (17)$$

est positive et croît à mesure que la couche mélangée s'épaissit.

C'est la tension de surface qui injecte de l'énergie dans le système, alimentant l'écoulement moyen, c'est-à-dire l'écoulement obtenu en filtrant les fluctuations turbulentes. Une partie de l'énergie cinétique de l'écoulement moyen est transformée en énergie cinétique turbulente, qui est, à son tour, dissipée en chaleur par les processus visqueux ou transformée en énergie potentielle gravitationnelle.

Pour augmenter l'épaisseur de la couche mélangée de  $\Delta h$ , il faut soustraire à la turbulence une quantité d'énergie asymptotiquement équivalente à

$$E(h + \Delta h) - E(h) \equiv \frac{1}{4} \rho_0 N_i^2 h^2 \Delta h, \quad \frac{\Delta h}{h} \ll 1. \quad (18)$$

En d'autres termes, la quantité d'énergie à fournir est d'autant plus grande que l'épaisseur de la couche de mélange est grande, ce qui n'est guère étonnant car le saut de densité qu'il faut "vaincre" augmente avec  $h$ . Par conséquent, on peut penser que le taux d'approfondissement de la couche de mélange diminue à mesure que celle-ci s'approfondit. Cette conjecture est confirmée par des expériences menées en laboratoire, qui, associées à des considérations dimensionnelles, ont conduit Price (1979) à proposer l'expression suivante (Figure 4):

$$h(t) = \left(\frac{6}{5}\right)^{1/4} u_* \left(\frac{t}{N_i}\right)^{1/2}. \quad (19)$$

Cette relation est en bon accord avec les résultats expérimentaux et numériques disponibles. On peut en déduire que

$$\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} = \frac{1}{2t} = \left(\frac{3}{160}\right)^{1/2} \frac{\rho_0^2}{g^2} u_*^2 N_i^3 \frac{1}{(\Delta\rho)^2} = \left(\frac{3}{10}\right)^{1/2} \frac{u_*^2}{N_i} \frac{1}{h^2}, \quad (20)$$

c'est-à-dire que le taux d'approfondissement de la couche mélangée diminue à mesure que le temps passe, que le saut de densité à la base de cette couche augmente, ou que la région homogénéisée s'épaissit.

*En conclusion*, bien que cet exemple porte sur un cas considérablement idéalisé, il montre clairement que la stratification tend à inhiber la turbulence, et donc à déterminer les caractéristiques de l'écoulement. Il est tout aussi clair que la stratification dépend de

l'écoulement, dont l'histoire détermine la fréquence de Brunt-Väisälä en un point et en un instant donné. Il faut aussi noter que l'étude ci-dessus néglige l'impact de la rotation de la Terre. Strictement parlant, cette approche est valable durant une période nettement inférieure à  $f^{-1}$ . Au delà, la force de Coriolis, même en l'absence de stratification, tend à limiter l'épaisseur des couches limites. C'est pourquoi, pour l'écoulement considéré plus haut, Pollard *et al.* (1973) prédisent que la profondeur de la couche mélangée ne dépasse pas

$$H = 2^{3/4} \frac{u_*}{N_i f}, \quad (21)$$

une valeur qui, malheureusement, n'est pas compatible avec la théorie de Price (1979), de laquelle on a obtenu la formule (19). Cette réserve porte sur la valeur de  $H$ , mais pas sur le fait même que la force de Coriolis freine considérablement la croissance de la couche mélangée jusqu'à, probablement, l'arrêter.

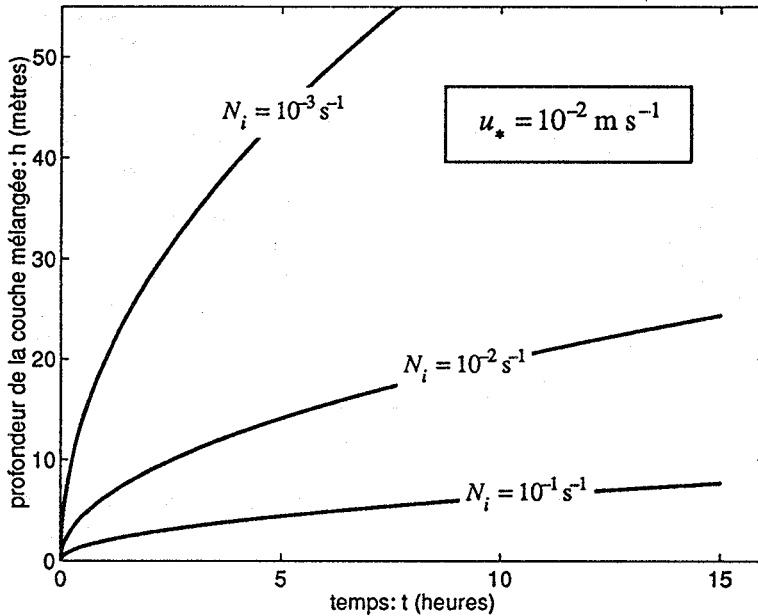


Figure 4. Profondeur de la couche mélangée calculée selon l'expression (20) (Price, 1979) en fonction de valeurs initiales de la fréquence de Brunt-Väisälä choisies pour être représentatives des écoulements marins.

### Modèles à compartiments

Les modèles hydrodynamiques tridimensionnels peuvent maintenant comprendre un million

de mailles, voire beaucoup plus encore. Comme ces outils calculent à chaque pas de temps un nombre de variables supérieur d'un ordre de grandeur à celui des mailles, interpréter les résultats de ces modèles n'est pas aisé, la première raison en étant évidemment l'énorme quantité de nombres réels à traiter. Dans cette tâche, on s'appuie généralement sur des méthodes graphiques sophistiquées. Cependant, un logiciel graphique, quelle que soit sa puissance, ne peut remplacer l'intuition physique, mais il peut la stimuler. Cette dernière peut conduire à la mise au point de modèles simplifiés, dont l'utilisation est bien plus aisée que celle du modèle initial. Si ces modèles sont suffisamment réalistes au regard du but poursuivi, alors ils peuvent apporter une aide efficace à la compréhension des résultats des modèles complexes. On va le montrer ci-dessous à l'aide de modèles à compartiments dont les paramètres cruciaux sont des temps caractéristiques (Figure 5) déduits de l'écoulement dans les compartiments.

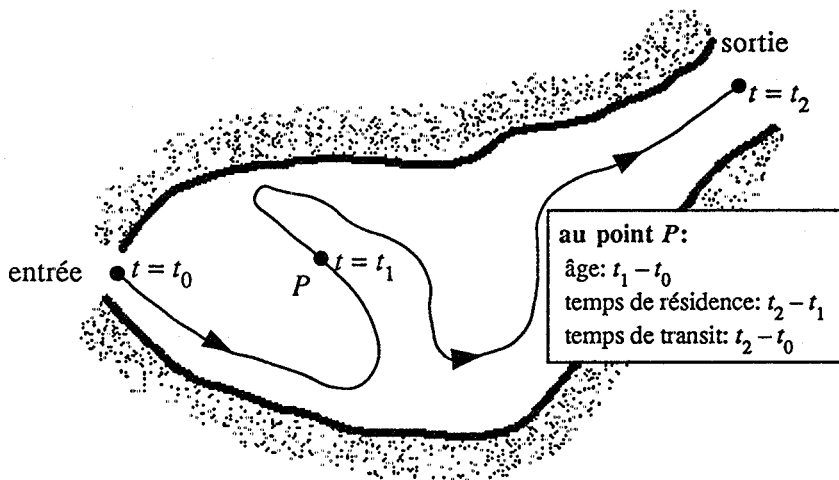


Figure 5. Illustration des concepts d'âge, de temps de résidence et de temps de transit à l'aide de la trajectoire d'une particule qui entre dans le domaine d'intérêt en  $t=t_0$  et qui le quitte en  $t=t_2$ .

Un traceur passif, puisqu'il n'est ni "produit" ni "détruit" localement, est transporté à l'image des particules d'eau. Par conséquent, étudier le transport d'un tel traceur peut aider à comprendre la circulation (*e.g.* England, 1995b). Sauf à l'échelle spatiale la plus fine — c'est-à-dire quelques centimètres ou millimètres —, le transport des traceurs relève quasi exclusivement de l'advection car la diffusion moléculaire est le plus souvent négligeable. En d'autres termes, chaque particule fluide tend à conserver la même concentration en traceur durant ses déplacements.

Comme un modèle ne peut représenter explicitement les mouvements à toutes les échelles de temps et d'espace, il est nécessaire de filtrer les processus dont les échelles spatio-temporelles sont inférieures à une certaine limite — qui définit la résolution du modèle considéré. Cette opération sépare donc les phénomènes “résolus” de ceux qui ne le sont pas, les échelles des premiers étant supérieures à la limite de résolution au contraire des échelles des seconds. Si la turbulence — tridimensionnelle — constitue la partie dominante des processus non-résolus, alors l'effet de ceux-ci sur les processus résolus est généralement semblable à celui de phénomènes diffusifs. Toutefois, si l'on applique le filtre jusqu'à des échelles comparables à la taille du domaine d'intérêt, l'affirmation précédente doit être remise en cause. En effet, si l'on divise le domaine en un petit nombre de compartiments décrits par quelques variables d'état seulement, alors on peut imaginer que, dans certains cas, le transport d'un traceur passif, examiné à l'échelle spatiale correspondante, peut être décrit de façon plus appropriée par un modèle de nature plus advective que diffusive.

L'évolution de la masse  $m(t)$  d'un traceur passif dans un compartiment tel que ceux évoqués plus haut répond à l'équation différentielle

$$\frac{d}{dt} m(t) = \phi_e(t) - \phi_s(t), \quad (22)$$

où  $\phi_e$  et  $\phi_s$  désignent respectivement les flux de traceur entrant et sortant du compartiment considéré.

#### *Compartiment advectif*

Si le spectre de l'énergie cinétique (Figure 6) dans un compartiment donné culmine à une échelle comparable à celle de la taille du compartiment, alors il est concevable que ce dernier se comporte de façon plutôt advective. En d'autres termes, un traceur passif est alors essentiellement advecté par la circulation générale du compartiment de l'“entrée” jusqu'à la “sortie”: le temps  $\tau$  que met une particule d'eau — ou de traceur, si celui-ci est passif — pour parcourir un tel trajet, le temps de transit, est du même ordre de grandeur pour toute particule si la circulation est à peu près stationnaire — au moins aux échelles comparables à la taille du compartiment considéré. Ainsi, le flux sortant est égal au flux entrant à un temps de retard près, qui est évidemment égal au temps de transit. Donc,

$$\phi_s(t) = \phi_e(t - \tau). \quad (23)$$

Un canal rectiligne s'étendant de la coordonnée  $x=0$  à  $x=L$  — de sorte que sa longueur est  $L$  — traversé par un courant de vitesse constante  $U$  constitue l'exemple idéal du compartiment advectif si la diffusion y est négligeable. Dans ce cas, le temps de transit est  $\tau = L/U$ , tandis que l'âge et le temps de résidence valent respectivement  $a = x/U$  et  $r = (L-x)/U$ . Donc, l'âge moyen et le temps de résidence moyen sont  $\bar{a} = \bar{r} = L/(2U) = \tau/2$ .

#### *Compartiment diffusif*

Si l'échelle des mouvements les plus énergétiques est très inférieure à la taille du

compartiment (Figure 6), alors le modèle advectif n'est sans doute plus adéquat. Puisque les phénomènes advectifs agissent essentiellement à une échelle relativement courte, on peut penser qu'ils tendent à homogénéiser la concentration d'un traceur passif. A l'extrême, on peut considérer que le mélange est tellement rapide qu'il est instantané: la probabilité qu'une particule se trouve, à un instant donné, en un point particulier est égale à celle qu'elle se trouve en tout autre point du domaine en ce même moment<sup>3</sup>. La concentration du traceur est alors homogène dans le compartiment et proportionnelle à la masse de traceur qui y est présente. Comme tout flux de traceur est proportionnel à la vitesse du fluide et à la concentration, le flux sortant est alors proportionnel à la masse de traceur que contient le compartiment:

$$\phi_s(t) = \frac{m(t)}{T}, \quad (24)$$

où  $T$  est une l'échelle de temps que l'on va tenter d'interpréter physiquement ci-dessous.

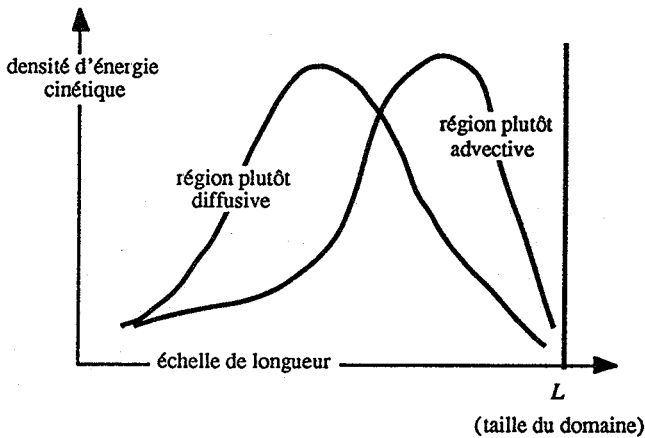


Figure 6. Représentation schématique des spectres d'énergie cinétique pouvant correspondre à un compartiment advectif et à un compartiment diffusif.

On suppose qu'à l'instant initial  $t=0$  se trouve la masse de traceur passif  $m(0)$  dans un compartiment diffusif. A mesure que le temps passe, quel que soit le flux entrant, les particules constituant cette masse initiale sortent du domaine selon la loi (24) pour autant que la masse  $m(t)$  ne se rapporte qu'aux particules présentes dans le compartiment en  $t=0$  — et

<sup>3</sup> Bien que l'advection soit un phénomène déterministe, on sait depuis longtemps qu'il peut être approprié de traiter de façon stochastique le résultat à grande échelle de processus advectifs agissant à petite échelle.

ne tienne pas compte des apports de traceur subséquents. Il s'ensuit que

$$m(t) = m(0) e^{-t/T} . \quad (25)$$

Le temps de résidence moyen de ces particules est défini par

$$\bar{r} \equiv \frac{\int_0^0 t dm}{\int_{m(0)}^0 dm} = \frac{-1}{m(0)} \int_0^{\infty} t \frac{dm}{dt} dt . \quad (26)$$

En introduisant (25) dans (26), on trouve que

$$\bar{r} = T , \quad (27)$$

c'est-à-dire que le temps caractéristique  $T$ , utilisé dans la paramétrisation (24), est en réalité le temps de résidence moyen. Pour établir (25) et (27), il faut supposer que les caractéristiques du mélange dans le compartiment sont stationnaires. Si ce n'était pas le cas, on pourrait bâtir une théorie plus générale, qui serait cependant de peu d'utilité dans la présente étude.

En combinant (22), (24) et (27), on obtient l'équation différentielle régissant la masse d'un traceur passif contenue dans un compartiment diffusif (Deleersnijder *et al.*, 1997). Sa solution générale est:

$$m(t) = m(0) e^{-t/\bar{r}} + \int_0^t \phi_e(t') e^{-(t-t')/\bar{r}} dt' . \quad (28)$$

Si le flux entrant est constant, alors la masse de traceur tend exponentiellement vers

$$m \equiv \bar{r} \phi_e . \quad (29)$$

Pour établir la relation entre l'âge moyen et le temps de résidence moyen, il faut d'abord introduire la densité d'âge,  $\mu(t, a)$ , qui représente, l'instant  $t$ , la distribution de la masse des particules de traceur en fonction de leur âge  $a$ . Ainsi,

$$m(t) = \int_0^{\infty} \mu(t, a) da . \quad (30)$$

L'âge moyen du traceur contenu dans le compartiment est alors défini comme suit:

$$\bar{a}(t) \equiv \frac{\int_0^{\infty} a \mu(t, a) da}{\int_0^{\infty} \mu(t, a) da} = \frac{1}{m(t)} \int_0^{\infty} a \mu(t, a) da . \quad (31)$$

A un instant donné, la probabilité qu'une particule sorte du domaine ne dépend nullement de son âge. Alors, la masse des particules dont l'âge est compris entre  $a - \Delta a/2$  et  $a + \Delta a/2$  doit varier selon (Bolin and Rodhe, 1973)

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} \Delta a \Delta t = \underbrace{[\mu(t, a - \Delta a/2) - \mu(t, a + \Delta a/2)] \Delta t}_{\text{terme associé au "vieillessement" causé par l'écoulement du temps}} - \underbrace{\frac{\mu(t, a) \Delta a}{r} \Delta t}_{\text{terme associé au flux sortant}} \quad (32)$$

pour  $\Delta a$  et  $\Delta t \rightarrow 0$ , ce qui implique

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = - \frac{\partial \mu}{\partial a} - \frac{\mu}{r} \quad (33)$$

Cette équation permet de calculer la densité d'âge et d'en déduire, à l'aide de (31), l'âge moyen du traceur du compartiment étudié. Pour une situation stationnaire, le membre de gauche de (33) est nul. Par conséquent, en utilisant également (29) et (30), on voit que la densité d'âge vaut

$$\mu(a) = \phi_e e^{-a/r} = \frac{m}{r} e^{-a/r} \quad (34)$$

Substituant (34) dans (31), on obtient

$$\bar{a} = r \quad (35)$$

Ainsi, l'âge moyen est égal au temps de résidence moyen dans un problème stationnaire.

Il faut souligner que, si le temps de résidence ne dépend que de l'hydrodynamique — impliquant qu'il est stationnaire si celle-ci l'est, indépendamment des variations éventuelles du flux entrant —, l'âge dépend de l'hydrodynamique et du flux entrant — impliquant qu'il n'est stationnaire que si tous les aspects du problème le sont également.

On va maintenant illustrer comment des modèles à compartiments diffusifs ou advectifs peuvent révéler des aspects importants de l'hydrodynamique du lagon de Mururoa et de Prince William Sound.

#### *L'Atoll de Mururoa*

L'Atoll de Mururoa, qui est situé dans le Pacifique tropical par 138°55' de longitude ouest et 21°50' de latitude sud, est un cône de roches volcaniques émergeant du fond de l'océan, dont la profondeur est de l'ordre de 3,500 mètres. Au-dessus de ce cône se trouve une couche de carbonates de plusieurs centaines de mètres d'épaisseur qui a été formée au cours des âges par des organismes coralliens. Au niveau de l'océan, une couronne corallienne quasiment imperméable marque la limite entre le Pacifique et le lagon (Figure 7). La couronne corallienne s'interrompt cependant à l'ouest du lagon, ouvrant ainsi l'unique passe permettant au lagon d'échanger eau et traceurs avec le Pacifique. La profondeur moyenne et le volume du lagon valent respectivement 33 m et  $4.5 \times 10^9 \text{ m}^3$  environ.



De 1976 à 1996, l'armée française a fait exploser des charges nucléaires dans les roches volcaniques, y déposant ainsi des matières radioactives. Les roches volcaniques et les carbonates sont poreux: on pense que l'eau y circule généralement vers le haut (Rougerie *et al.*, 1992). Ces mouvements transportent des traceurs radioactifs qui entrent dans l'océan après avoir traversé les flancs de l'atoll ou arrivent dans le lagon via le fond de celui-ci. Les traceurs qui suivent la seconde route quittent finalement le lagon par la passe et aboutissent dans le Pacifique. Ces processus de transport de traceurs radioactifs impliquent des risques de contamination — sur l'atoll ou dans sa région — qu'il faut évaluer. L'étude de la dynamique des traceurs dans le lagon constitue une des étapes de l'évaluation de ces risques.

Tartinville (1998) a développé et validé un modèle tridimensionnel du lagon de l'atoll, qui comprend un module hydrodynamique, calculant les courants et les diffusivités turbulentes, et un module lagrangien de transport de traceurs (Tartinville *et al.*, 1997). A l'aide de ce modèle on a montré que le vent est le forçage principal de la circulation dans le lagon (Tartinville *et al.*, 1997) et non la marée comme certains l'ont longtemps pensé.

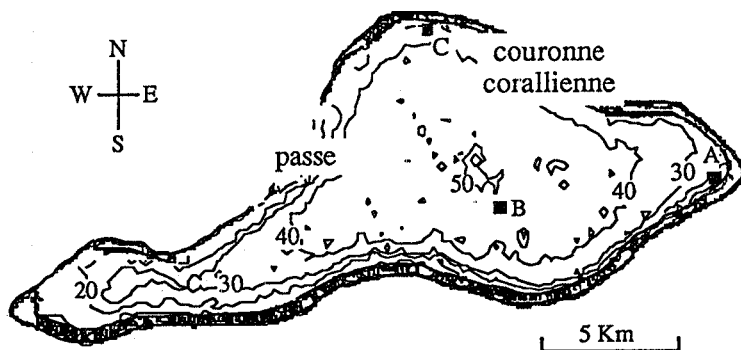


Figure 7. Bathymétrie du lagon de l'atoll de Mururoa. L'intervalle entre les isobathes est de 10 mètres.

Pour estimer le temps de résidence, on distribue uniformément un grand nombre — de l'ordre de  $10^4$  à  $10^5$  — de particules d'un traceur passif dans le lagon. Ensuite, on utilise le module lagrangien pour calculer la trajectoire de chacune de ces particules. Une fois qu'une particule atteint la passe, on suppose qu'elle entre dans l'océan et qu'elle quitte le lagon pour toujours. Finalement, on assigne au point de départ de la particule traversant la passe le temps qui s'est écoulé entre l'instant initial et le moment où elle a atteint la passe. On construit ainsi progressivement le temps de résidence, dont la moyenne sur le volume du lagon est de l'ordre de 100 jours. Comme le montre la Figure 8, la décroissance de la masse de traceur est en excellent accord avec l'expression (25) — avec  $T \approx 100$  jours. On peut

donc émettre l'hypothèse que le lagon est un domaine caractérisé par un comportement essentiellement diffusif — au sens défini dans la section précédente.

On pense donc que la dynamique des traceurs dans le lagon de Mururoa peut être représentée de façon simplifiée par un modèle comprenant un seul compartiment diffusif. Cependant, une seule simulation numérique ne suffit pas à valider cette hypothèse. C'est pourquoi on a effectué d'autres simulations. Si le mélange à l'échelle du lagon est très intense, alors la façon dont les particules de traceur y sont introduites importe peu. Ceci suggère un test crucial de la validité du modèle simplifié. On effectue trois lâchers ponctuels de traceur, aux points A, B et C indiqués dans la Figure 7. Le modèle tridimensionnel simule l'évolution de la masse de ces traceurs. On voit dans la Figure 8 que la masse du traceur introduite au point A et celle provenant du point C sont en excellent accord avec le modèle simplifié. Pour le point C apparaît une erreur très significative, indiquant que le modèle simplifié présente quelques failles.

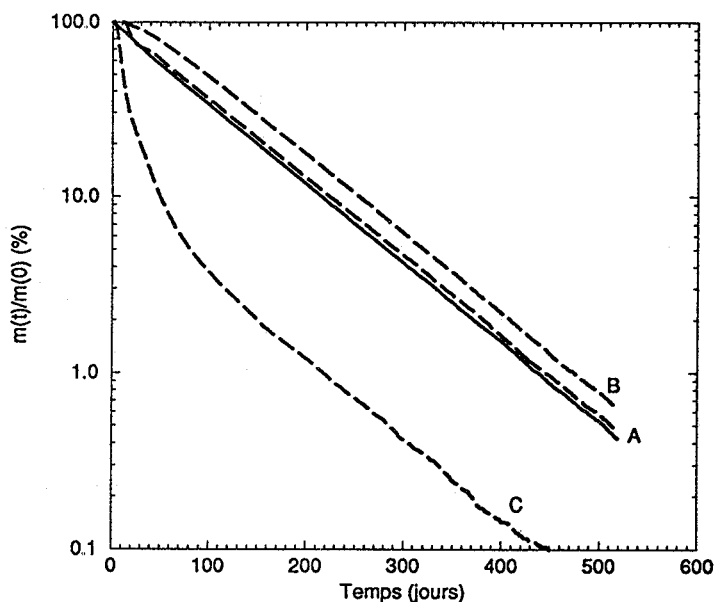


Figure 8. Evolution temporelle de la masse  $m(t)$  d'un traceur passif contenu dans le lagon de Mururoa. La masse initiale vaut  $m(0)$ . Aucune source de traceur n'est active. La courbe pleine correspond au cas où les particules du traceur sont distribuées de façon homogène dans le lagon à l'instant initial. Les autres courbes sont associées à des lâchers ponctuels aux points A, B et C, dont la position est indiquée dans la Figure 7.

On a estimé que l'erreur globale du modèle idéalisé par rapport au modèle tridimensionnel

est de l'ordre de 10% (Deleersnijder *et al.*, 1997). Atteindre une telle précision est d'autant plus étonnant que le modèle simple ne comporte qu'une équation différentielle ordinaire du premier ordre et un seul paramètre alors que le modèle numérique tridimensionnel comporte 33,510 mailles où l'on calcule, à chaque pas de temps, une dizaine de variables d'état. Néanmoins, la simplicité du modèle idéalisé ne doit pas faire perdre de vue que ce sont les résultats du modèle tridimensionnel qui permettent de déterminer son unique paramètre, le temps de résidence moyen. En d'autres termes, *le modèle simplifié ne remplace pas le modèle tridimensionnel, mais il aide à comprendre ses résultats*. En l'occurrence, il indique que *les courants ont, à l'échelle du lagon, un effet diffusif*, une interprétation qu'une analyse, même très minutieuse, de champs de courants tridimensionnels — ou d'autres variables — ne pourrait sans doute pas suggérer.

Il y a peu d'informations fiables sur les flux de traceurs radioactifs traversant le fond du lagon. On peut cependant estimer ce flux au moyen de la relation (29). En effet, si l'on mesure la concentration du traceur concerné dans les eaux du lagon, on peut évaluer la masse totale de ce traceur présente dans le lagon. Ensuite, de (29), on déduit que le flux traversant le fond du lagon — qui est sensiblement égal au flux exporté vers le Pacifique par la passe — est de l'ordre du quotient de la masse de traceur contenue dans le lagon et du temps de résidence moyen. Ainsi, mesurer la concentration d'un traceur radioactif dans les eaux du lagon permet d'estimer simplement le flux émanant des carbonates et celui exporté vers le Pacifique. Ceci pourrait constituer un élément d'une stratégie de suivi à long terme du devenir des matières radioactives contenues dans l'Atoll de Mururoa.

### *Le Prince William Sound*

Le 24 mars 1989, à cause d'une erreur de navigation, le pétrolier Exxon Valdez a heurté le Récif de Bligh, situé dans le nord du Prince William Sound (PWS) (Figure 9), causant une des plus grandes marées noires de l'histoire. Depuis lors, on a consacré des efforts importants à la compréhension de l'éco-hydrodynamique du PWS. Dans ce cadre, Mooers and Wang (1998) ont simulé la circulation tridimensionnelle du PWS à l'aide du Princeton Ocean Model (POM) (*e.g.* Blumberg and Mellor, 1987).

Comme le montre la Figure 9, la circulation dans le PWS est stimulée par de l'eau en provenance du Golfe d'Alaska qui traverse Hinchinbrook Entrance. Une partie de ce courant passe entre Knight Island et Montague Island pour sortir rapidement du PWS via le Montague Strait. Une autre partie de l'eau se dirige vers le nord du PWS, où la circulation est plus lente et complexe, sans doute à cause de la topographie très irrégulière de cette région. Quelle que soit leur trajectoire, les masses d'eau quittent généralement le PWS par le Montague Strait.

A l'aide du POM, Mooers and Wang (1998) ont étudié la sensibilité de la circulation du PWS à la tension éolienne appliquée à la surface de la mer. Pour la simulation de contrôle, le vent était nul. Ensuite, ils ont effectué 4 simulations avec un vent constant soufflant vers l'est, le nord, l'ouest et le sud. Ils ont poussé chaque expérience numérique jusqu'au moment où la circulation était devenue à peu près stationnaire. A ce moment, ils ont introduit

une source ponctuelle de traceur passif dans Hinchinbrook Entrance qui a débité pendant  $D = 4$  jours à un rythme constant  $\Phi$ , de sorte que la masse totale de traceur introduite dans le PWS valait  $M = \Phi D$ . POM a simulé l'évolution de la masse  $m_s$  de traceur contenue dans le PWS pendant  $t_{\max} = 33$  jours.

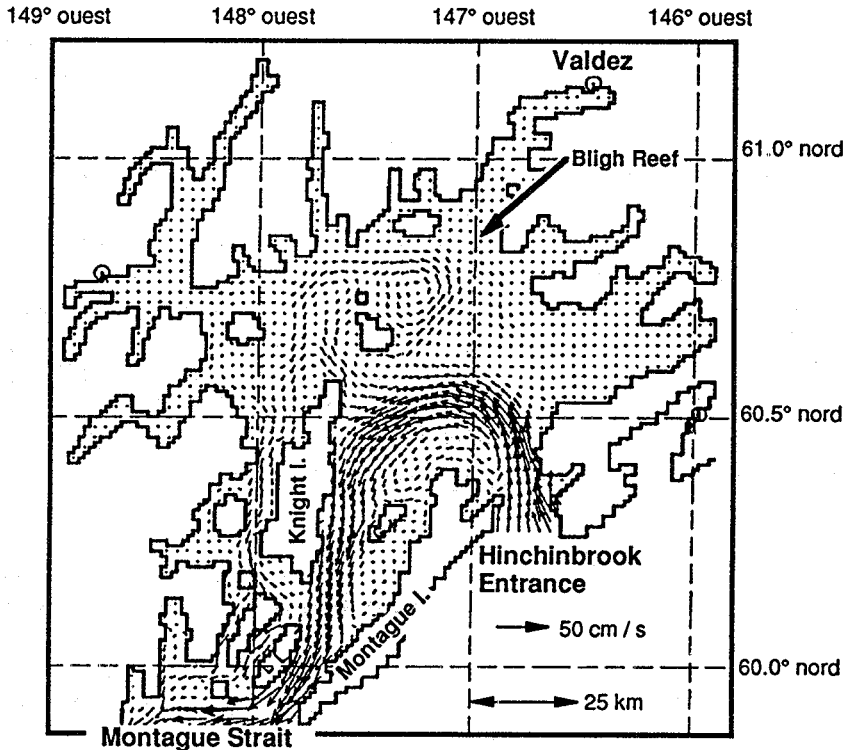


Figure 9. Courants stationnaires à la surface du Prince William Sound simulés par Mooers and Wang (1998) en l'absence de vent (figure adaptée de Mooers and Wang, 1998).

La masse simulée de traceur progresse selon quatre phases distinctes qui sont qualitativement semblables dans chacune des cinq expériences numériques de Mooers and Wang (1998) (Figure 10). Durant la première phase, qui dure de  $t=0$  jusqu'à  $t=D$ , la masse  $m_s$  croît à peu près linéairement, parce que le débit de la source est constant et que virtuellement aucune particule de traceur n'a encore quitté le PWS par Montague Strait. Ensuite, jusqu'à l'instant  $t = \tau$ , la masse reste quasiment constante car le flux sortant est toujours presque nul. Bien entendu,  $\tau$  représente le temps que prend une particule de traceur

passif — ou d'eau — pour aller de Hinchinbrook Entrance jusqu'à Montague Strait par la route la plus directe. Durant la troisième et la quatrième phase, la masse diminue monotonément, le rythme de décroissance étant nettement plus grand dans la troisième phase. Les deux dernières phases sont séparées par un changement de taux de diminution assez marqué.

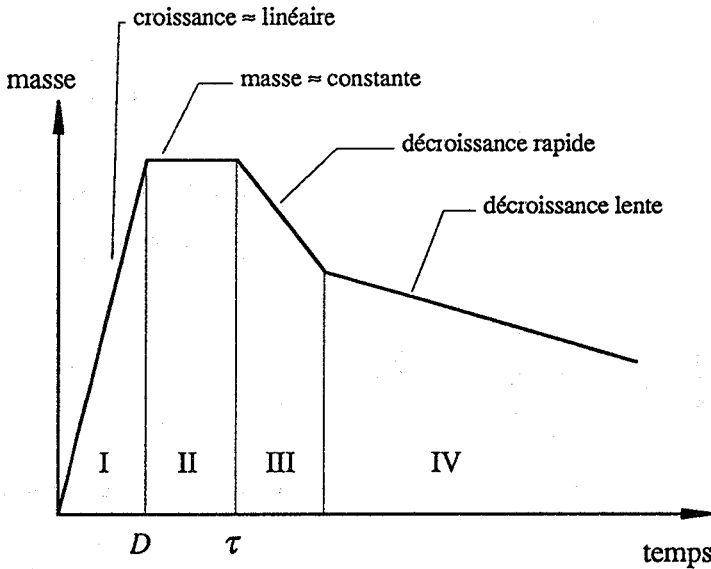


Figure 10. Illustration schématique des 4 phases de l'évolution temporelle de la masse de traceur passif contenue dans le Prince William Sound.

Il est facile de comprendre les deux premières phases. Il est également clair que la masse de traceur doit décroître monotonément dès que la source ne débite plus, mais identifier la raison du changement du taux de décroissance est moins aisé. Pour ce faire, on utilise un modèle à compartiments, qui va révéler certaines caractéristiques importantes de l'hydrodynamique du PWS ainsi que l'impact du forçage éolien sur ces dernières.

Les courants modélisés par Mooers and Wang (1998) (e.g. Figure 9) suggèrent qu'il existe deux types de trajectoires pouvant conduire une particule de traceur de Hinchinbrook Entrance à Montague Strait. Les premières, les plus rapides, sont sans doute associées à l'advection entre Knight Island et Montague Island. Les secondes sont celles des particules qui vont plus loin vers le nord, là où le champ de courant est relativement complexe. A l'échelle du bassin, l'advection dans la partie septentrionale du PWS pourrait bien avoir un effet essentiellement diffusif. C'est dans cette argumentation que l'on puise les raisons pour bâtir un modèle simplifié du PWS qui comprend deux compartiments: la région

septentrionale du PWS est un compartiment diffusif, dont le temps de résidence moyen est  $\tau$ , tandis que la partie méridionale est idéalisée par un compartiment advectif, dont le temps de transit est  $\tau$ . La fraction du flux de traceur injectée dans le PWS à Hinchinbrook Entrance qui se dirige directement vers la région septentrionale est notée  $\alpha$  — avec  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

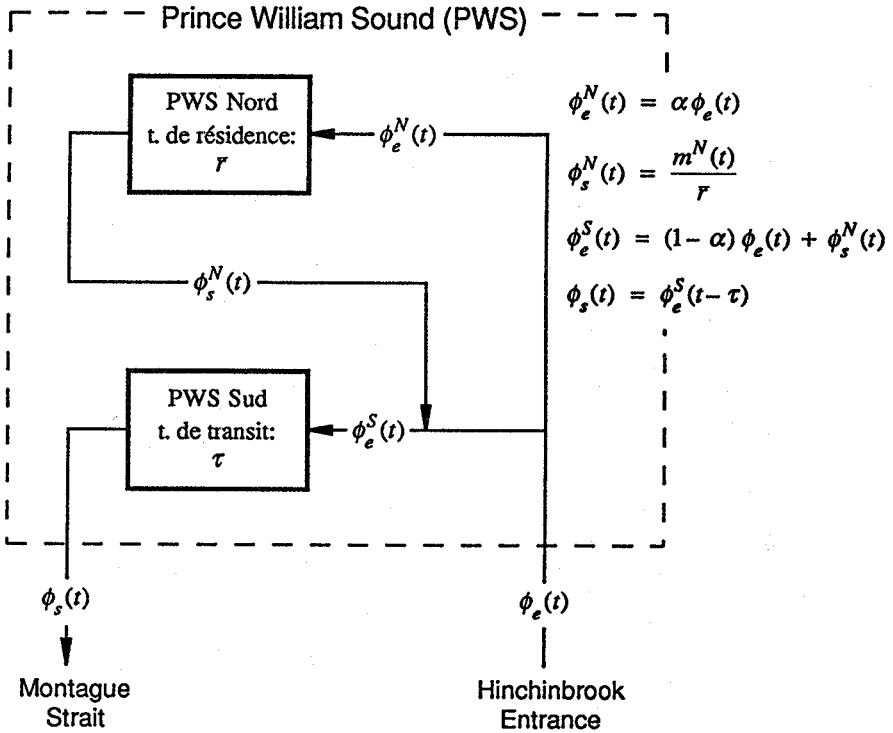


Figure 11. Schéma du modèle à deux compartiments du Prince William Sound. Le compartiment "PWS Nord" est diffusif, tandis que l'autre est advectif.

La Figure 11 illustre l'agencement des compartiments et des flux composant le modèle idéalisé du PWS. Deleersnijder *et al.* (1998) ont décrit en détails les équations différentielles de ce modèle. D'après ce dernier, la masse de traceur contenue dans le PWS doit évoluer selon

$$m(t) = \Phi t, \quad 0 \leq t \leq D, \quad (36a)$$

$$m(t) = \Phi D, \quad D \leq t \leq \tau, \quad (36b)$$

$$m(t) = \Phi (D + \tau - t) + \alpha \Phi \tau \left( 1 - e^{-(t-\tau)/\tau} \right), \quad \tau \leq t \leq D + \tau, \quad (36c)$$

$$m(t) = \alpha \Phi \tau \left( e^{D/\tau} - 1 \right) e^{-(t-\tau)/\tau}, \quad D + \tau \leq t. \quad (36d)$$

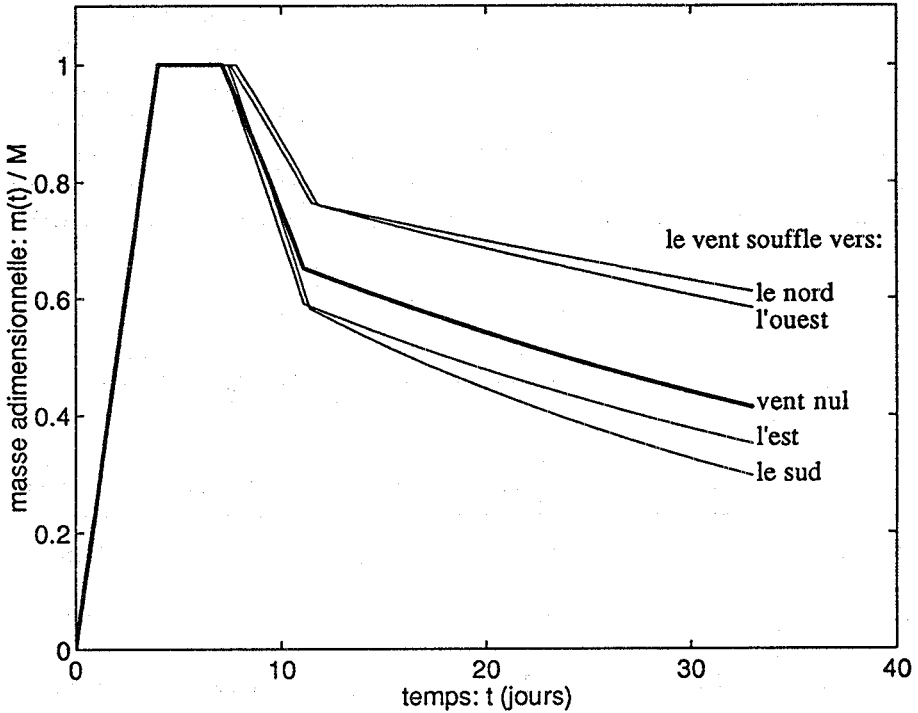


Figure 12. Evolution temporelle de la masse de traceur passif contenue dans le Prince William Sound prédite par le modèle à deux compartiments selon 5 types de forçage éolien.

Cette solution analytique comprend quatre phases distinctes, à l'image des résultats de POM. Les trois paramètres du modèle simplifié, à savoir  $\tau$ ,  $\alpha$  et  $\mathcal{F}$ , se rapportent aux traits principaux de l'hydrodynamique du PWS. Il reste à déterminer la valeur de ces paramètres. Pour ce faire, on minimise une mesure de la différence entre la masse simulée par POM,  $m_s$ , et la masse issue du modèle idéalisé,  $m$ ,

$$\varepsilon = \frac{\left[ \int_0^{t_{\max}} (m - m_s)^2 dt \right]^{1/2}}{\Phi D(t_{\max})^{1/2}}, \quad (37)$$

ce qui produit les valeurs des paramètres rassemblées dans la Table I qui permettent de bâtir les courbes de la Figure 12. Deleersnijder *et al.* (1998) ont analysé en profondeur ces

résultats. Ici, il suffit de souligner que l'erreur  $\epsilon$  correspondant aux valeurs optimales des paramètres est très faible, de l'ordre de 7%, ce qui implique que le modèle idéalisé reproduit assez fidèlement l'évolution de la masse de traceur simulée par Mooers and Wang (1998) à l'aide de POM. On peut aussi mentionner que la fraction de l'eau qui entre dans le compartiment septentrional est plus grande quand le vent souffle vers le nord que vers le sud — un fait conforme à l'intuition physique la plus élémentaire —, et plus grande quand le vent souffle vers l'ouest que vers l'est, un comportement probablement dû au transport d'Ekman induit par la tension éolienne — qui est dirigé vers le nord quand le vent souffle vers l'ouest, et vers le sud quand le vent souffle vers l'est.

Table I. Modèle à deux compartiments du Prince William Sound: valeurs des paramètres  $\tau$ ,  $F$  et  $\alpha$  qui minimisent  $\epsilon$ . La direction vers laquelle souffle le vent est indiquée.

	vent nul	vers l'ouest	vers le sud	vers l'est	vers le nord
$\tau$ (jours)	7.1	7.8	7.4	7.1	7.5
$F$ (jours)	48	80	32	42	97
$\alpha$	0.68	0.78	0.62	0.62	0.78
$\epsilon$	0.065	0.066	0.067	0.066	0.066

### Conclusion

On peut affirmer que les modèles à compartiments diffusifs ou advectifs peuvent grandement aider à la compréhension des écoulements géophysiques complexes. Les développer directement à partir de données de terrain est malaisé, car on ne peut mesurer *in situ* les temps caractéristiques dépendant de l'écoulement comme l'âge ou le temps de résidence. Toutefois, on peut évaluer facilement ces échelles de temps à l'aide d'un modèle hydrodynamique tridimensionnel, pour autant que les résultats de ce dernier soient considérés comme suffisamment réalistes. D'autre part, on peut penser que certains modèles écologiques pourraient bénéficier de la technique de compartimentage décrite ici. Finalement, il n'existe pas, du moins à la connaissance de l'auteur, de méthode générale et fiable pour diviser en compartiments appropriés le domaine dans lequel se développe l'écoulement étudié: l'intuition et le bon sens doivent compenser cette lacune, ce qui a été possible, avec un succès certain, dans les deux écoulements considérés plus haut.



Remerciements. L'auteur est Chercheur qualifié au Fonds National de la Recherche Scientifique de Belgique. L'étude du lagon de Mururoa est commanditée par le Commissariat à l'Energie Atomique de France. C.N.K. Mooers et J. Wang ont aimablement accepté de mettre à la disposition de l'auteur des résultats de leur modèle de Prince William Sound, Alaska.

## Références

- Bender C.M. and S.A. Orszag, 1978, *Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers*, McGraw-Hill.
- Blumberg A.F. and G.L. Mellor, 1987, A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model, in: *Three-Dimensional Coastal Ocean Models*, N.S. Heaps (Ed.), American Geophysical Union, pp. 1–16.
- Bolin B. and H. Rodhe, 1973, A note on the concepts of age distribution and transit time in natural reservoirs, *Tellus*, 25, 58–62.
- Cushman-Roisin B., 1994, *Introduction to Geophysical Fluid Dynamics*, Prentice Hall.
- Deleersnijder E., 1998, *The Concept of Age in Ocean Modelling*, Progress report 1998/1, Institut d'Astronomie et de Géophysique G. Lemaître, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve (en préparation).
- Deleersnijder E., B. Tartinville and J. Rancher, 1997, A simple model of the tracer flux from the Mururoa lagoon to the Pacific, *Applied Mathematics Letters*, 10 (5), 13–17.
- Deleersnijder E., J. Wang and C.N.K. Mooers, 1998, A two-compartment model for understanding the simulated three-dimensional circulation in Prince William Sound, Alaska, *Continental Shelf Research* (sous presse).
- England M.H., 1995a, The age of water and ventilation timescales in a global ocean model, *Journal of Physical Oceanography*, 25, 2756–2777.
- England M.H., 1995b, Using chlorofluorocarbons to assess ocean climate models, *Geophysical Research Letters*, 22, 3051–3054.
- Kato H. and O.M. Phillips, 1969, On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid, *Journal of Fluid Mechanics*, 37 (4), 643–655.
- Mooers C.N.K. and J. Wang, 1998, On the development of a three-dimensional circulation model for Prince William Sound, Alaska, *Continental Shelf Research* (sous presse).
- Nihoul J.C.J. and S. Djenidi, 1991, Hierarchy and scales in marine ecohydrodynamics, *Earth-Science Reviews*, 31, 255–277.
- Pollard R.T., P.B. Rhines and R.O.R.Y. Thompson, 1973, The deepening of the wind-mixed layer, *Geophysical Fluid Dynamics*, 3, 381–404.
- Price J.F., 1979, On the scaling of stress-driven entrainment experiments, *Journal of Fluid Mechanics*, 90 (3), 509–529.
- Rougerie F., A. Fagerstrom and C. Andrieu, 1992, Geothermal endo-upwelling: a solution to the reef nutrient paradox? *Continental Shelf Research*, 12, 785–798.
- Tartinville B., 1998, *Modélisation Tridimensionnelle de la Circulation dans le Lagon de l'Atoll de Mururoa, Polynésie Française*, Thèse de doctorat, Faculté des sciences appliquées, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve.

- Tartinville B., E. Deleersnijder and J. Rancher, 1997, The water residence time in the Mururoa atoll lagoon: a three-dimensional model sensitivity analysis, *Coral Reefs*, 16, 193–203.
- Takeoka H., 1984, Fundamental concepts of exchange and transport time scales in a coastal sea, *Continental Shelf Research*, 3, 311–326.
- Tennekes H. and J.L. Lumley, 1972, *A First Course in Turbulence*, MIT Press.
- Zimmerman J.T.F., 1976, Mixing and flushing of tidal embayments in the Western Dutch Wadden Sea, Part I: distribution of salinity and calculations of mixing time scales, *Netherlands Journal of Sea Research*, 10 (2), 149–191.

Eric Deleersnijder: Institut d'Astronomie et de Géophysique Georges Lemaître (Unité ASTR), Université catholique de Louvain, 2 Chemin du Cyclotron, B-1348 Louvain-la-Neuve, Belgique; Courrier électronique: ericd@astr.ucl.ac.be.